

PROGRAMME DE COLLES 09.

CHAPITRE 11 : SYSTÈMES DIFFÉRENTIELS ET CHAPITRE 12 : VARIABLES À DENSITÉS.

Tous les sujets de colles comportent

1. Une partie sur le cours (définitions, énoncés de résultats, preuves simples), notée sur 8 points.
2. Une partie d'exercices notée sur 12 points.

QUESTIONS DE COURS.

Chapitre 11.

- Toutes les définitions du cours.
- Les énoncés suivants (sans preuves) :
 - Forme des solutions d'une équation différentielle linéaire à coefficients constants sans second membre et d'ordre 1.
 - Forme des solutions d'une équation différentielle linéaire à coefficients constants sans second membre et d'ordre 2.
 - Existence et unicité des solutions aux problèmes de Cauchy.
 - Méthode de variation de la constante et cas particuliers à la recherche de solutions particulières dans le cas où le second membre est un polynôme ou une exponentielle de polynômes.
 - Résolution de systèmes différentiels linéaires dans le cas où la matrice est diagonalisable.
 - Comportement des trajectoires dans le plan pour une matrice diagonalisable.

Chapitre 12.

- Toutes les définitions du cours.
- Les énoncés suivants (sans preuves) :
 - Caractérisation de l'indépendance des variables aléatoires par la fonction de répartition (théorème 1.1.2).
 - Lemme des coalitions.
 - L'espérance du produit de deux variables indépendantes est égale au produit des espérances.
 - La variance de la somme de deux variables indépendantes est égale à la somme des variances.
 - Le lien entre densité(s) et fonction de répartition d'une variable aléatoire à densité.
- Les preuves suivantes :
 - Si Y est une variable aléatoire définie par un transfert affine d'une variable X , savoir exprimer la fonction de répartition et une densité de Y en fonction de la fonction de répartition et d'une densité de X .
 - Même chose avec un transfert par la fonction carrée.
 - Les caractéristiques de chaque loi usuelle (densité(s), fonction de répartition, support, espérance, variance). On ne demande pas d'explicitier la fonction de répartition dans le cas de la loi normale.
 - Utiliser les bons transferts de la loi uniforme pour simuler toutes les variables aléatoires à densités.

EXERCICES.

- Résoudre une équation différentielle linéaire à coefficients constants avec et sans second membre d'ordre 1 et 2.
- Utiliser la méthode de variation de la constante pour la recherche de solutions particulières.
- Résoudre des problèmes de Cauchy (et savoir ce que c'est !)

- Utiliser les techniques de réduction de matrices pour résoudre des systèmes différentiels linéaires à coefficients constants.
- Trouver les états d'équilibre d'un système différentiel et raisonner sur le signe des valeurs propres pour décider de la convergence des trajectoires vers les états d'équilibre.
- Savoir reconnaître une variable à densité par la fonction de répartition ou une densité présumée.
- Tout le chapitre d'intégration peut servir dans les exercices sur les variables à densités.